3.1.3 Fluxe a fluenty

Jak již bylo zmíněno Isaac Newton o morových prázdninách vůbec nezahálel. V roce 1665 učinil velké objevy právě v matematice. 13. listopadu téhož roku vydal spis *„Úvaha o fluxích a jejich aplikacích na problém tečen a křivosti čar.”* Newton analyticky zjišťoval tečny křivek a křivosti čar. Ve svých výpočtech nutně potřeboval nekonečně malé, ale nenulové rozměry i čísla. Tak přichází s fluxí a fluentem[10] [1].

3.1.3.1 Výpočet fluxe

V této kapitole si ukážeme výpočet fluxe na funkci $f(x) = cx^n$, $n \in \mathbb{N}$, $o \neq 0$ [30]:

$$\frac{f(x+o)-f(x)}{o} = c \cdot \frac{(x+o)^n - x^n}{o} = c \cdot \frac{\left[x^n + \binom{n}{1} x^{n-1} o + \binom{n}{2} x^{n-2} o^2 + \ldots + o^n\right] - x^n}{o} =$$

$$= c \cdot \frac{o \cdot \left[n x^{n-1} + \binom{n}{2} x^{n-2} o + \ldots + o^{n-1}\right]}{o} = c \cdot \left[n x^{n-1} + \binom{n}{2} x^{n-2} o + \ldots + o^{n-1}\right]. \tag{5}$$

Nyní položíme $o = 0$:

$$\dot{f}(cx^n) = cnx^{n-1}\,. \tag{6}$$

Tímto způsobem určíme fluxe polynomu jako lineární kombinace mocnin i s obecnou mocninou a s pomocí binomického rozvoje [30].
Dosadíme do rovnice (1) pro $a = 1$ s předpokládáme $x \neq 0$:

$$(1+x)^n = 1 + n \cdot x + \frac{n \cdot (n-1)}{2\,!} \cdot x^2 + \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)}{3\,!} \cdot x^3 + \ldots \tag{7}$$

Na pravé straně máme nekonečnou řadu a chceme zjistit zda tato řada konverguje. Pak jako předtím dostaneme [30]:

$$\frac{f(x+o)-f(x)}{o} = cx^n \cdot \frac{\left(1+\frac{o}{x}\right)^n - 1}{o} = cx^n \cdot \frac{\cdot\left[1 + n \cdot \left(\frac{o}{x}\right) + \binom{n}{2}\left(\frac{o}{x}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{o}{x}\right)^n\right] - 1}{o} =$$

$$= cx^n \cdot \frac{n\left(\frac{o}{x}\right) + \binom{n}{2}\left(\frac{o}{x}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{o}{x}\right)^n}{o} = cx^n n \,\frac{o}{x \cdot o}\,[1 + o\,(\ldots)] \Rightarrow cnx^{n-1}\,. \tag{8}$$

---

[10] Fluxe je derivace fluenty, která je tak primitivní funkcí k fluxi.
Fluent = plynoucí (v čase), tedy funkce času *f(t)*.

Problém je v tom, že k tomu, abychom takto upravili levou stranu, musíme předpokládat, že $o \neq 0$, ale když dostaneme rovnici (9) naopak předpokládáme, že $o = 0$ [30]:

$$\frac{f(x+o) - f(x)}{o} = j^{\&}(x) + o\,(\ldots)\,. \tag{9}$$

Napřed o veličině *o* předpokládáme, že je nenulová, pracujeme s ní. Teprve když získáme vhodný výraz, řekneme, že je nulová. To je z hlediska logiky nepřijatelné, proto se fluxe stala terčem velké kritiky. O 150 let později tento problém vyřešila limita, která je definicí derivace funkce *f* v bodě *x*. Funkci *f* můžeme označit např. $Df(x)$. Nadefinovali jsme novou funkci - f ‘. *S*ymbolem D jsme vyjádřili přiřazení $f \rightarrow f'$. O symbolu D dále můžeme říci, že je operátorem derivací. Rovnost $Df(x) = f$ ‘ nás vede k získání „opačné” neboli inverzní funkce. K funkci g chceme najít takovou funkci G, pro kterou platí, že $DG = g$, nebo $G = D^{-1}g$. Funkci G se nejčastěji říká primitivní funkce nebo také neurčitý integrál (v ang. *antiderivative*). Isaac Newton tuto funkci nazval **fluenta** a v jeho symbolice by byla zapsaná: $O^{\&} = g$ [30].

3.1.3.2 Spor s Leibnizem

Za vznikem systému fluxí nestál jenom Isaac Newton, ale také Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646-1716). Německý diplomat, matematik a filozof, zabývající se podobnými matematickými problémy jako Newton, vytvořil svoji verzi infinitesimálního počtu. Tuto verzi zveřejnil v roce 1684, o tři roky dříve, nežli vyšla *Principia*. Fakta o tom, kdo z obou pánů dříve přišel na kalkulus, nejsou úplně jednoznačná. Newton měl řadu výsledků hotových z období morové epidemie, což mohl dokázat svým deníkem a svými spisy, kterými se nijak netajil. Leibniz, jakožto diplomat, navštívil na svých cestách Londýn. Nevynechal ani Royal Society, jejímž členem byl od roku 1671 Newton. Je doloženo, že Leibniz se důkladně seznámil s Newtonovými rukopisnými poznámkami (stať *De Analysi per Equationes Numero Terminorum Infinitas* ze spisu „*De Quadratura Curvatorum"* vydaného v roce 1704). Je pravdou, že teorie obou vědců se od sebe liší. Oba dva popisují stejné jevy a mají stejné výsledky, ale metodika práce vykazuje podstatné rozdíly [1], [7].

Stoupenci obou táborů vedli vášnivé spory i po smrti obou hlavních aktérů. Ale ještě za jejich života v roce 1711 měla nezávislá komise posoudit daný spor. Problematické ale je, že danou komisi jmenoval prezident Royal Society sir Isaac Newton. Komise tehdy rozhodla v Newtonův prospěch. Nutno dodat, že v polovině 19. století se našly v Leibnizově pozůstalosti výpisky z Newtonových rukopisných poznámek[7].

Dnes, s odstupem času, se můžeme domnívat, že teorii o fluxích vymysleli oba velcí vědátoři nezávisle na sobě. Leibniz sice nahlédl do Newtonových rukopisných poznámek a mohl je porovnat se svými závěry, ale musel mít jasno v základní struktuře svého postupu, který je v metodice značně odlišný od Newtona. O plagiátorství ze strany Leibnize se tedy nedá hovořit. Infinitesimálního počet byl velkým mezníkem v oblasti matematiky [7].

3.1.3.3 Matematické symboly

Na Leibnizovy práce navázali Bernoulliové, švýcarský matematik a fyzik Leonhardo Paul Euler (1707 - 1783) a další evropští budovatelé infinitesimálního počtu a vytvořili matematickou analýzu, jak ji známe dnes. Naproti tomu Newtonovo pojetí ustrnulo a v Anglii vznikly nové práce z analýzy až po převzetí kontinentální symboliky a metod. V 19. století se plně prosazovala snaha matematiků přijmout Leibnizovy pojmy pro diferenciální a integrální počet z lat. *calculus differentialis et integralis* a podpořit psaní jeho symboliky. Např. derivací d*x*/d*y,* místo nekonečně malé veličiny „*o*". Newton byl orientován fyzikálně, derivaci (fluxi) vnímal jako rychlost změny. Leibnizův symbol integrálu $\int$ se původně psal velkým písmenem *S* jako „suma". Za zvláštní tvar vděčíme Henrymu Oldenburgovi (1619 - 1677), Newtonovu pomocníkovi a sekretáři Royal Society, který připravoval do tisku publikace, *S* psal svým typickým, protáhlým a úzkým rukopisem. Podle Newtona značíme první derivaci funkce *f* podle času s jednou tečkou (u jiných nezávisle proměnných se tečka neužívá), tj. $\dot{f}$, a podle Josepha Louise Lagrange (1736 - 1813) symbolem f' [7], [30].